ÉPREUVE DE PROBABILITÉS ET STATISTIQUES MATHÉMATIQUES

(Option générale et option agronomie)

Durée : 1 h 30

N.B. — *Les candidats sont priés :*

1° *D'écrire très lisiblement, de soigner la rédaction et la présentation matérielle. Il convient de numéroter les diverses questions en les séparant très nettement,* de respecter les notations de l'énoncé.

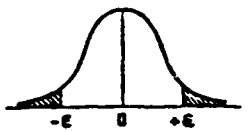
2° *De donner les explications nécessaires et suffisantes en faisant figurer sur la copie tous les calculs intermédiaires.*

3° *De donner les résultats encadrés.*

TABLE 1

Table de l'écart-réduit (loi normale)

La table donne la probabilité α pour que l'écart-réduit égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée ε, c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle $(-\varepsilon, +\varepsilon)$

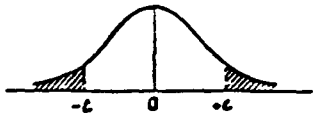


ε	0.00	0,01	0.02	0.03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

TABLE 2

Table de t

La table donne la probabilité α pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée, en fonction du nombre de degrés de liberté (d.d.l.).



d.d.l. \ α	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Exemple : avec d.d.l. = 10, pour $t = 2{,}228$ la probabilité est $\alpha = 0{,}05$

Tournez la page S. V. P.

ECOLES VETERINAIRES
épreuve annulée
page 261
1987

PREMIER EXERCICE

Les bovins sont atteints par une maladie M avec une probabilité $p = 0{,}15$.

I La maladie M se transmet par les piqûres d'insectes; on peut protéger les bovins des piqûres, par une boucle d'oreille d'insecticide qui réduit de moitié les risques de contamination.

On veut tester l'hypothèse d'efficacité de la protection avec une précision de $\pm$ 5 %.

Quel est le nombre minimal d'animaux que l'on devra protéger pour que l'hypothèse soit considérée comme valable avec un risque $\alpha = 0{,}05$.

II Pour dépister la maladie M dans une étable de n vaches laitières, on fait une analyse de lait; on peut procéder de deux manières différentes :

1re méthode : On effectue une analyse sur un échantillon de lait de chaque vache.

2e méthode : On effectue une analyse sur un échantillon du mélange des laits des n vaches et si le résultat est positif, on effectue une analyse pour chaque vache.

Soit X_n le nombre d'analyses réalisées dans la deuxième méthode; on pose : $Y_n = \dfrac{X_n}{n}$.

1° Déterminer la loi de Y_n puis l'espérance mathématique de cette variable, en fonction de n et p.

2° On voudrait connaître la méthode la plus économique en fonction du nombre d'animaux.

a. Étudier la fonction $f : x \longrightarrow ax + \ln x$ où a est un réel strictement négatif.

Montrer qu'elle admet un maximum positif lorsque l'on choisit $a = \ln(1 - 0{,}15)$.

b. Trouver dans ce cas la plus grande valeur entière de x pour laquelle $f(x) > 0$.

c. Démontrer que $f(n) > 0$ équivaut à $E(Y_n) < 1$.
En déduire suivant les valeurs de n la méthode que l'on a intérêt à adopter.

N.B. — *Les deux parties du premier exercice sont indépendantes.*

DEUXIÈME EXERCICE

Une expérience a pour but de comparer le poids moyen d'animaux âgés de un an et qui ont reçu l'un ou l'autre des deux régimes alimentaires A et B depuis leur naissance. L'observation a porté sur 24 sujets.

1° Comment faut-il répartir à la naissance les 24 animaux en deux groupes de 12, (ceux du 1er groupe recevant le régime A, ceux du second groupe recevant le régime B) afin de relier une éventuelle différence de poids moyen au régime alimentaire ?

2° Les tableaux relevés sont les suivants :

Poids à l'âge de un an en grammes	Effectifs observés dans le groupe A	Effectifs observés dans le groupe B
[1 250; 1 350 [	0	3
[1 350; 1 450 [	1	3
[1 450; 1 550 [	2	3
[1 550; 1 650 [	3	1
[1 650; 1 750 [	4	0
[1 750; 1 850 [	2	1
[1 850; 1 950 [	0	1
$\sum$	12	12

On effectue sur le centre des classes le changement de variable : $x' = \dfrac{x - 1\,500}{100}$.

Calculer les moyennes et variances des distributions des deux groupes après le changement de variable.

En déduire la moyenne et la variance du poids des animaux du groupe A notés m_A et σ_A^2 ainsi que la moyenne et la variance du poids des animaux du groupe B (m_B et σ_B^2).

3° Quelles hypothèses faut-il formuler pour tester l'égalité des moyennes ?
Ces hypothèses étant supposées réalisées, la différence des moyennes observées m_A et m_B est-elle significative au seuil $\alpha = 0{,}05$?